

RÉCAPITULATIF

Soit  $n \in \mathbb{N}$  tel que  $n \geq 3$ .

On considère un polygone régulier à  $n$  côté et  $R$  le rayon du cercle circonscrit à ce polygone.

On note :

☛  $d$  la distance séparant deux points consécutifs du polygone.

☛  $p$  le périmètre du polygone.

☛  $A$  l'aire du polygone.

☛  $a$  l'apothème du polygone.

On a obtenu les formules suivantes :

$$\text{☛ } d = 2R \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right).$$

$$\text{☛ } p = nd = 2nR \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right).$$

$$\text{☛ } A = \frac{nR^2}{2} \sin\left(\frac{360^\circ}{n}\right).$$

$$\text{☛ } a = R \cos\left(\frac{180^\circ}{n}\right).$$

Dans la suite on pose  $R = 1$ .

## 1 Pour le triangle équilatéral ( $n = 3$ )

$$\text{☛ } d = \sqrt{3}.$$

$$\text{☛ } p = 3\sqrt{3}.$$

$$\text{☛ } A = \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{☛ } a = \frac{1}{2}.$$

## 2 Pour le carré ( $n = 4$ )

$$\text{☛ } d = \sqrt{2}.$$

$$\text{☛ } p = 4\sqrt{2}.$$

$$\text{☛ } A = 2.$$

$$\text{☛ } a = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

### 3 Pour le pentagone régulier ( $n = 5$ )

$$\text{③ } d = \frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{2}.$$

$$\text{③ } p = \frac{5\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{2}.$$

$$\text{③ } A = \frac{5\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{8}.$$

$$\text{③ } a = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}.$$

### 4 Pour l'hexagone régulier ( $n = 6$ )

$$\text{③ } d = 1.$$

$$\text{③ } p = 6.$$

$$\text{③ } A = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{③ } a = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

### 5 Pour l'octogone régulier ( $n = 8$ )

$$\text{③ } d = \sqrt{2 - \sqrt{2}}.$$

$$\text{③ } p = 8\sqrt{2 - \sqrt{2}}.$$

$$\text{③ } A = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{③ } a = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}.$$

### 6 Pour le décagone régulier ( $n = 10$ )

$$\text{③ } d = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}.$$

$$\text{③ } p = 5(\sqrt{5} - 1).$$

$$\text{③ } A = \frac{5\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{4}.$$

$$\text{③ } a = \frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{4}.$$

### 7 Pour le dodécagone régulier ( $n = 12$ )

$$\text{③ } d = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{③ } p = 6(\sqrt{6} - \sqrt{2}).$$

$$\text{③ } A = 3.$$

$$\text{③ } a = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.$$

## 8 Pour le pentakaidécagone régulier ( $n = 15$ )

$$\textcircled{a} d = \frac{\sqrt{5 + \sqrt{5}} - \sqrt{9 - 3\sqrt{5}}}{2\sqrt{2}}.$$

$$\textcircled{b} p = \frac{15 \left( \sqrt{5 + \sqrt{5}} - \sqrt{9 - 3\sqrt{5}} \right)}{2\sqrt{2}}.$$

$$\textcircled{c} A = \frac{15 \left( \sqrt{15} + \sqrt{3} - \sqrt{10 - 2\sqrt{5}} \right)}{16}.$$

$$\textcircled{d} a = \frac{\sqrt{5} - 1 + \sqrt{6\sqrt{5} + 30}}{8}.$$

## 9 Pour l'hexakaidécagone régulier ( $n = 16$ )

$$\textcircled{a} d = \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}.$$

$$\textcircled{b} p = 16\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}.$$

$$\textcircled{c} A = 4\sqrt{2 - \sqrt{2}}.$$

$$\textcircled{d} a = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}{2}.$$

## 10 Pour l'heptakaidécagone régulier ( $n = 17$ )

$$\textcircled{a} d = \frac{\sqrt{17 - \sqrt{17} - \sqrt{34 - 2\sqrt{17}} - \sqrt{68 + 12\sqrt{17} + 2\sqrt{34 - 2\sqrt{17}} \times (\sqrt{17} - 1) - 16\sqrt{34 + 2\sqrt{17}}}}}{\sqrt{8}}.$$

$$\textcircled{b} p = \frac{17\sqrt{17 - \sqrt{17} - \sqrt{34 - 2\sqrt{17}} - \sqrt{68 + 12\sqrt{17} + 2\sqrt{34 - 2\sqrt{17}} \times (\sqrt{17} - 1) - 16\sqrt{34 + 2\sqrt{17}}}}}{\sqrt{8}}.$$

Posons :

$$l_1 = 17 - \sqrt{17} - \sqrt{34 - 2\sqrt{17}} - \sqrt{68 + 12\sqrt{17} - 2\sqrt{34 - 2\sqrt{17}} + 2\sqrt{34(17 - \sqrt{17})} - 16\sqrt{34 + 2\sqrt{17}}}$$

$$l_2 = 15 + \sqrt{17} + \sqrt{34 - 2\sqrt{17}} + \sqrt{68 + 12\sqrt{17} - 2\sqrt{34 - 2\sqrt{17}} + 2\sqrt{34(17 - \sqrt{17})} - 16\sqrt{34 + 2\sqrt{17}}}.$$

$$A = \frac{17\sqrt{l_1 l_2}}{32}.$$

$$\textcircled{d} a = \frac{\sqrt{15 + \sqrt{17} + \sqrt{34 - 2\sqrt{17}} + \sqrt{68 + 12\sqrt{17} + 2\sqrt{34 - 2\sqrt{17}} \times (\sqrt{17} - 1) - 16\sqrt{34 + 2\sqrt{17}}}}}{4\sqrt{2}}.$$

## 11 Pour l'icosagone régulier ( $n = 20$ )

$$\textcircled{a} d = \frac{\sqrt{10} + \sqrt{2} - 2\sqrt{5 - \sqrt{5}}}{4}.$$

$$\textcircled{b} p = 5 \left( \sqrt{10} + \sqrt{2} - 2\sqrt{5 - \sqrt{5}} \right).$$

$$\textcircled{c} A = \frac{5(\sqrt{5} - 1)}{2} \text{ et } a = \frac{\sqrt{8 + 2\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}}{4}.$$